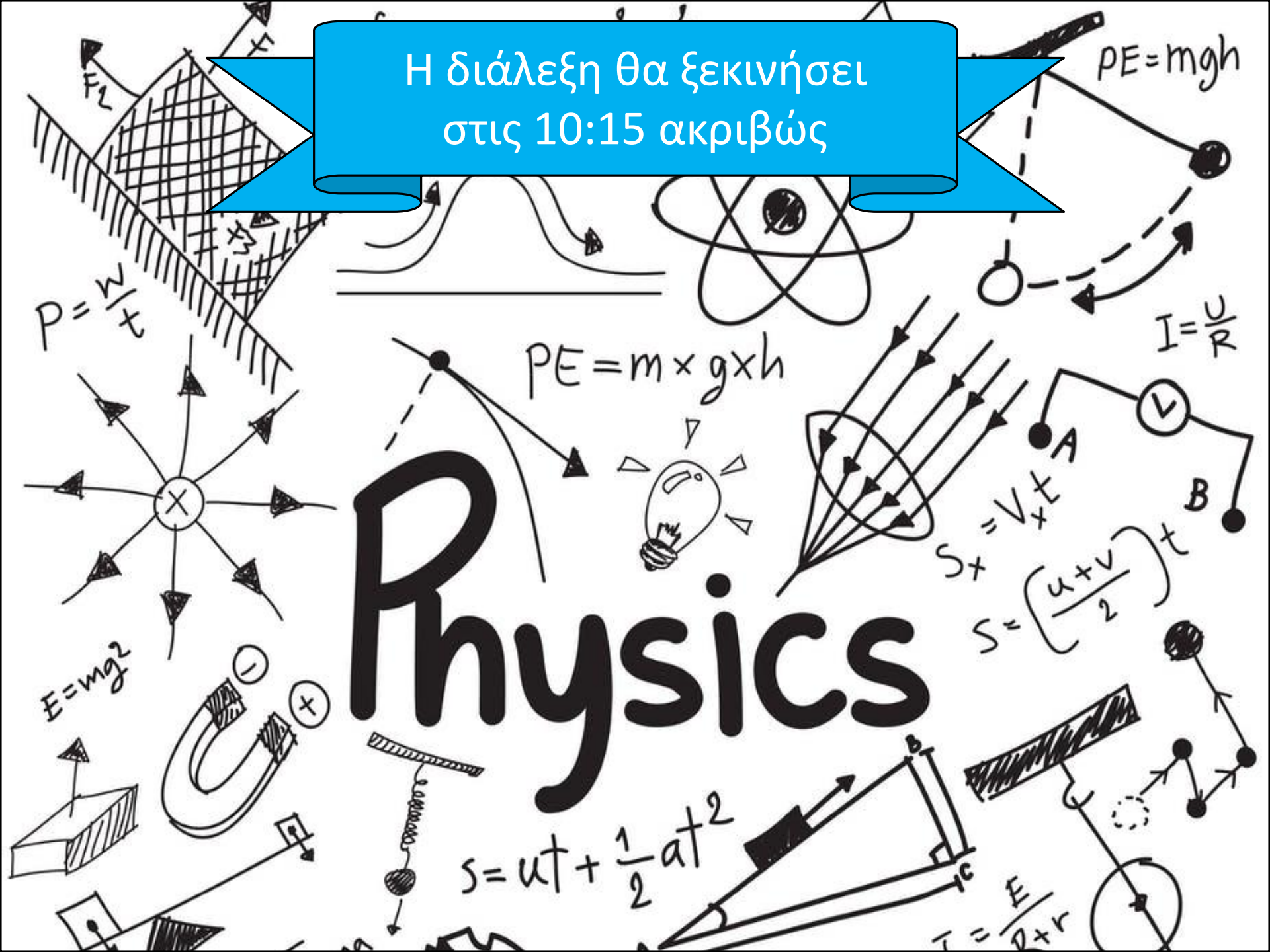
Η διάλεξη θα ξεκινήσει
στις 10:15 ακριβώς



Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

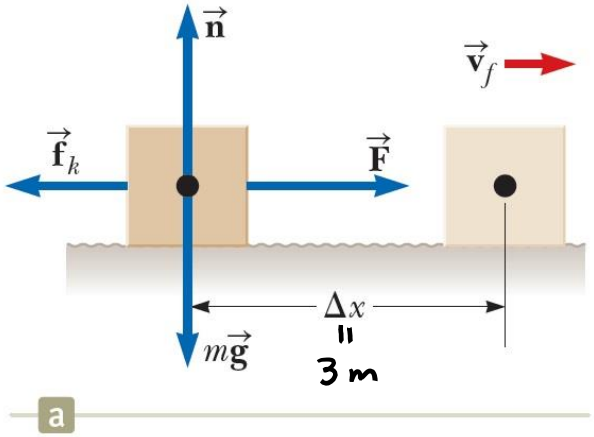
Εικόνα: Στη φυσική, η ενέργεια είναι μια ιδιότητα των αντικειμένων που μπορεί να μεταφερθεί σε άλλα αντικείμενα ή να μετατραπεί σε διάφορες μορφές, αλλά δεν μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί. Η "ικανότητα ενός συστήματος να παράγει έργο" είναι μια κοινή περιγραφή, αλλά είναι δύσκολο να δοθεί ένας ενιαίος συνολικός ορισμός της ενέργειας, εξαιτίας των πολλών μορφών της.

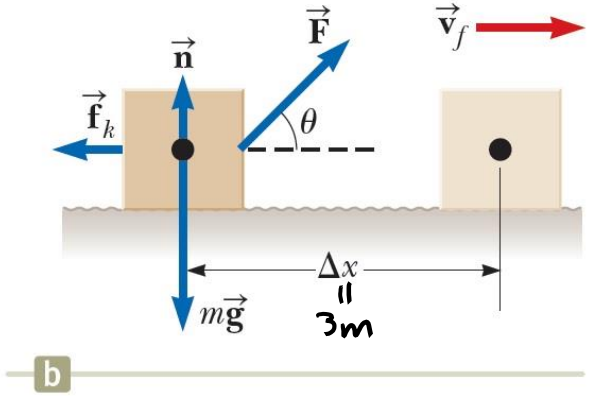
Φυσική για Μηχανικούς

Ενέργεια Συστήματος

Διατήρηση της Ενέργειας

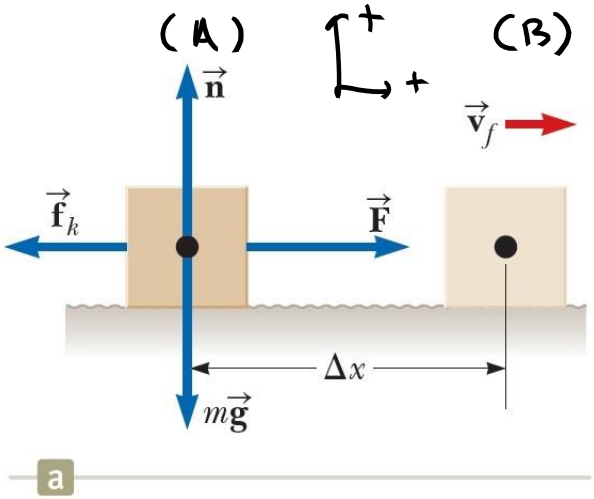
- **Παράδειγμα:**
  - Ένα σώμα μάζας $6\ kg$ σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης $12\ \mathrm{N}$.
    - Α) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά $3\ m$, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15
    - Β) Αν η δύναμη ασκείται υπό γωνία θ, ποια θα είναι αυτή η γωνία ώστε η ταχύτητα του σώματος μετά από $3\ m$ να είναι η μέγιστη;





Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.
    - Α) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15



Έστω το σύστημα να είναι το σώμα μάζας m. Το σύστημα είναι μη απομονωμένο. Υπάρχει μη συντηρητική δύναμη (f_k).

Α.Δ.Ε, $A \to B$: $\Delta E_{system} = \sum W_{ext} \Leftrightarrow \Delta K^{A\to B} = W_F + W_{f_k}$

$\Leftrightarrow K_B - K_A = F \cdot \Delta x + (f_k \cdot \Delta x \cdot \cos(\pi)) = F \cdot \Delta x - f_k \cdot \Delta x$

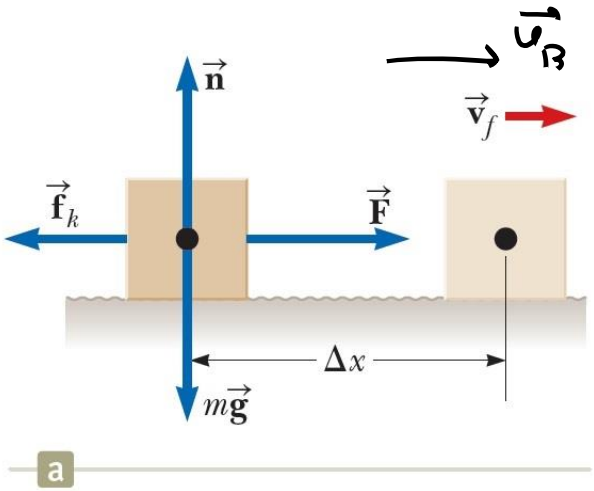
$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_B^2 - 0 = F \cdot \Delta x - f_k \cdot \Delta x$ (1)

Το σώμα ισορροπεί στον άξονα y'y: $\sum \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{n} + m\vec{g} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow n - mg = 0 \Leftrightarrow n = mg$ (2). Επίσης γνωρίζαμε ότι:

Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.
    - Α) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό μετατοπιστεί κατά 3 m, εάν η επιφάνεια επαφής έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης 0.15



$f_k = \mu_k \cdot n \overset{(2)}{=} \mu_k \, mg$ (3) Η (1) λόγω (3) γράφεται:

$$\frac{1}{2} m u_B^2 = F \cdot \Delta x - \mu_k mg \, \Delta x \Rightarrow u_B^2 = \frac{2F\Delta x - 2\mu_k \cdot mg\Delta x}{m}$$

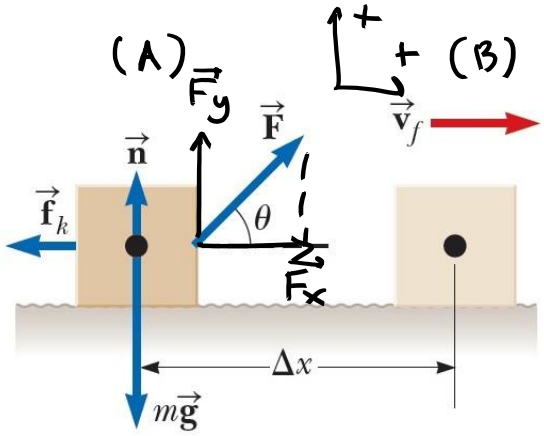
Άρα τελικά

$$u_B = \sqrt{\frac{2F\Delta x - 2\mu_k mg\Delta x}{m}} \simeq 1.8 \, \frac{m}{s}$$

Οπότε $\vec{u}_B = 1.8 \cdot \vec{i} \, \frac{m}{s}$

Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.
    - Β) Αν η δύναμη ασκείται υπό γωνία θ, ποια θα είναι αυτή η γωνία ώστε η ταχύτητα του σώματος μετά από 3 m να είναι η μέγιστη;



b

Μια πρώτη εκτίμηση μπορεί να είναι ότι $\theta = 0$, ώστε όλη η δύναμη $\vec{F}$ να "αναλώνεται" στην προσπάθεια κίνησης του σώματος προς τα δεξιά. Το σύστημα είναι το σώμα, μη απομονωμένο.

Στον άξονα y'y το σώμα ισορροπεί: $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{n} + \vec{F}_y + m\vec{g} = 0$

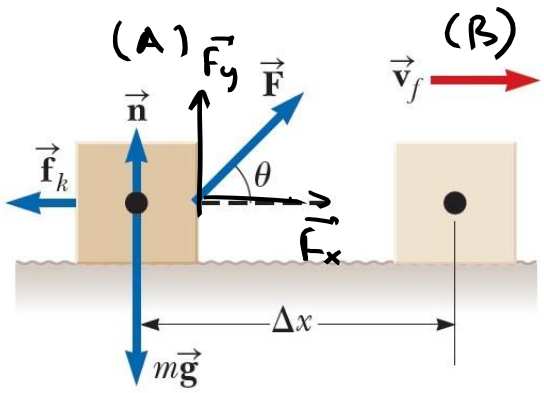
$\Rightarrow n + F_y - mg = 0 \Leftrightarrow n = mg - F_y = mg - F\sin(\theta)$ (1)

Ξέραμε ότι $f_k = \mu_k \cdot n = \mu_k (mg - F\sin(\theta))$ (2)

ΘΜΚΕ-Ε, $A \to B$: $\Delta K^{A\to B} = W_{F_x} + W_{f_k} = F_x \Delta x - f_k \Delta x$

Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένα σώμα μάζας 6 kg σε αρχική ηρεμία κινείται προς τα δεξιά επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια λόγω σταθερής οριζόντιας δύναμης 12 N.
    - Β) Αν η δύναμη ασκείται υπό γωνία θ, ποια θα είναι αυτή η γωνία ώστε η ταχύτητα του σώματος μετά από 3 m να είναι η μέγιστη;



b

$$\overset{(2)}{\Rightarrow} K_B - \cancel{K_A}^{\,0} = F\cos(\vartheta)\cdot\Delta x - \mu_k\left(mg - F\sin(\vartheta)\right)\Delta x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_B = F\cos(\vartheta)\,\Delta x - \mu_k mg + \mu_k F\sin(\vartheta)\cdot\Delta x = K_B(\vartheta)$$

Θέτω $\frac{d}{d\vartheta}K_B(\vartheta) = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{d\vartheta}\left(\mu_k\left(F\sin(\vartheta) - mg\right)\Delta x + F\cos\vartheta\cdot\Delta x\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \mu_k F\cos(\vartheta)\Delta x - F\sin(\vartheta)\cdot\Delta x = 0 \Leftrightarrow F\Delta x\left(\mu_k\cos(\vartheta) - \sin(\vartheta)\right) = 0$$

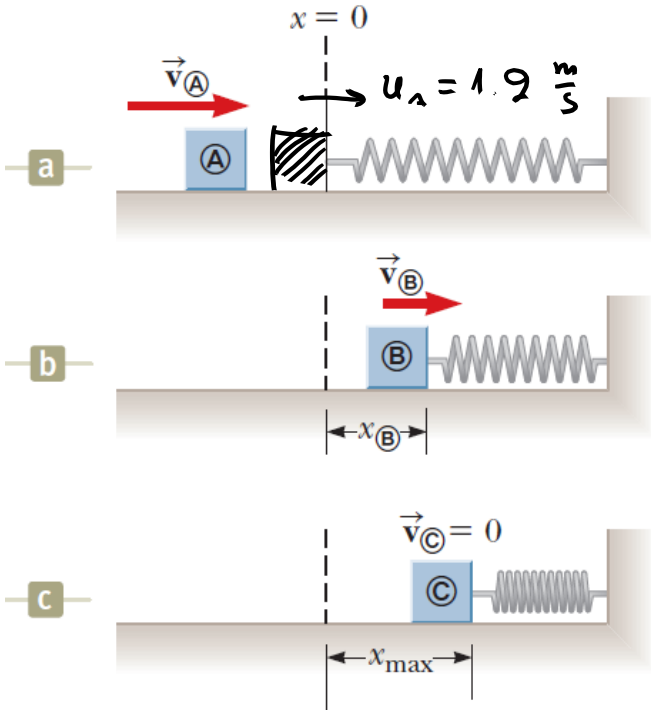
$$\Leftrightarrow \mu_k\cos(\vartheta) - \sin(\vartheta) = 0 \Rightarrow \mu_k = \tan(\vartheta) \Rightarrow \vartheta = \tan^{-1}(\mu_k).$$

Άρα $\vartheta = \tan^{-1}(0.15) \simeq 8.5^\circ$.

Άσκηση: Βρείτε την u_B!

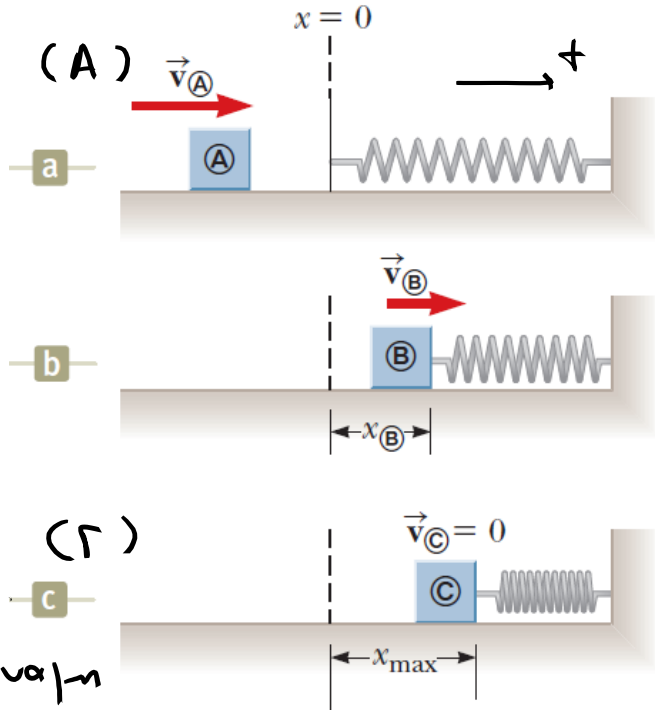
Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα:**
- Ένα σώμα μάζας 0.8 kg δέχεται αρχική ταχύτητα $u_A = 1.2$ m/s προς τα δεξιά και συγκρούεται με ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς $k = 50$ N/m.
  Α) Υποθέτοντας επιφάνεια χωρίς τριβές, υπολογίστε τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.
  Β) Υποθέτοντας σταθερή τριβή ολισθήσεως με $\mu_k = 0.5$, αν η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή της επαφής με το ελατήριο είναι $u_A = 1.2$ m/s, ποια είναι τώρα η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου;



Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένα σώμα μάζας 0.8 kg δέχεται αρχική ταχύτητα $u_A = 1.2$ m/s προς τα δεξιά και συγκρούεται με ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς $k = 50$ N/m.
    Α) Υποθέτοντας επιφάνεια χωρίς τριβές, υπολογίστε τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.



Έστω το σύστημα {ελατήριο + σώμα}.

Το σύστημα είναι απομονωμένο. Η δύναμη του ελατηρίου είναι συντηρητική (μοναδική).

Εφαρμόζαμε Α.Δ.Μ.Ε., $A \to \Gamma$: $\Delta K^{A\to\Gamma} + \Delta U_s^{A\to\Gamma} = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow K_A + U_{s_A} = K_\Gamma + U_{s_\Gamma} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m u_A^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} k x_{max}^2$$

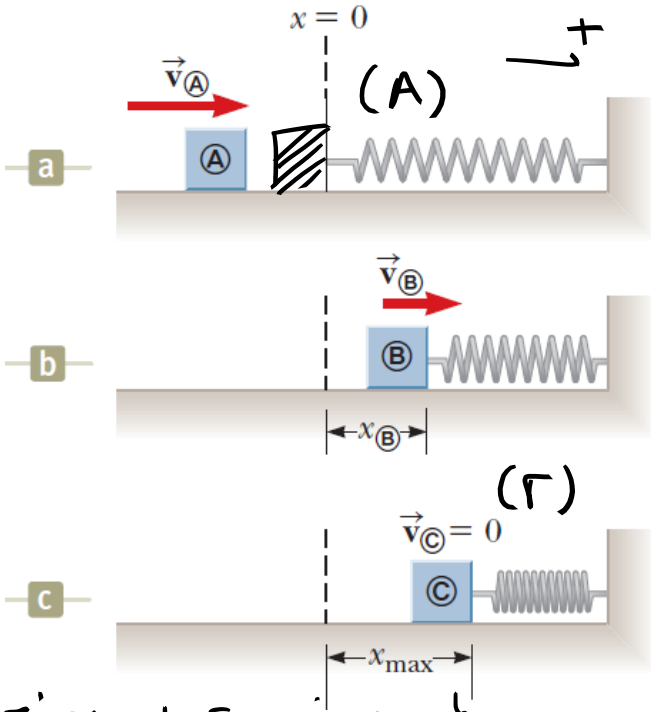
$$\Leftrightarrow x_{max}^2 = \frac{m u_A^2}{k} \Rightarrow x_{max} = \pm\sqrt{\frac{m u_A^2}{k}} \simeq 0.15 \text{ m}$$

$* \; x_{max} = 0.092 \text{ m}$ ✓

$x_{max} = -0.25 \text{ m}$ ✗

Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένα σώμα μάζας 0.8 kg δέχεται αρχική ταχύτητα $u_A = 1.2$ m/s προς τα δεξιά και συγκρούεται με ελατήριο αμελητέας μάζας και σταθεράς $k = 50$ N/m.
    B) Υποθέτοντας σταθερή τριβή ολισθήσεως με $\mu_k = 0.5$, αν η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή της επαφής με το ελατήριο είναι $u_A = 1.2$ m/s, ποια είναι τώρα η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου;



Θεωρούμε ως σύστημα το {σώμα + ελατήριο + επιφάνεια}

Το σύστημα είναι απομονωμένο, υπάρχει μη-συντηρητική δύναμη (f_k) ισχύει η Α.Δ.Ε

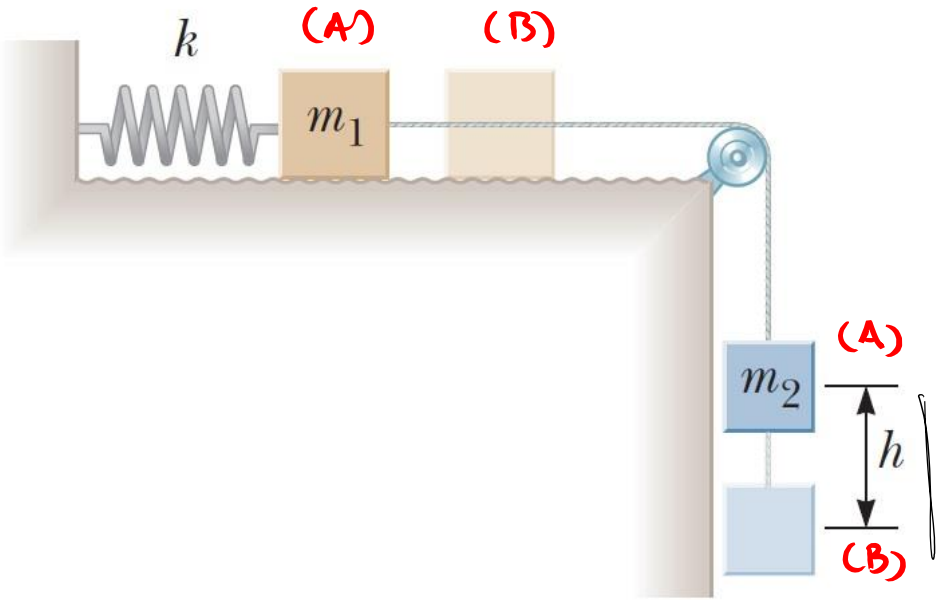
$\Delta K^{A\to\Gamma} + \Delta U_s^{A\to\Gamma} + \Delta E_{therm}^{A\to\Gamma} = 0$, και ξέραμε ότι $\Delta E_{therm} = f_k \Delta x$, $\Delta x = x_{max}$

$\cancel{K^{\Gamma}}^{\,0} - K^A + U_s^{\Gamma} - \cancel{U_s^A}^{\,0} + f_k x_{max} = 0$, με $f_k = \mu_k n = mg\mu_k$

$-\frac{1}{2} m u_A^2 + \frac{1}{2} k x_{max}^2 + f_k \cdot x_{max} = 0 \Leftrightarrow 50 x_{max}^2 + 7.84 x_{max} - 1.15 = 0$ *

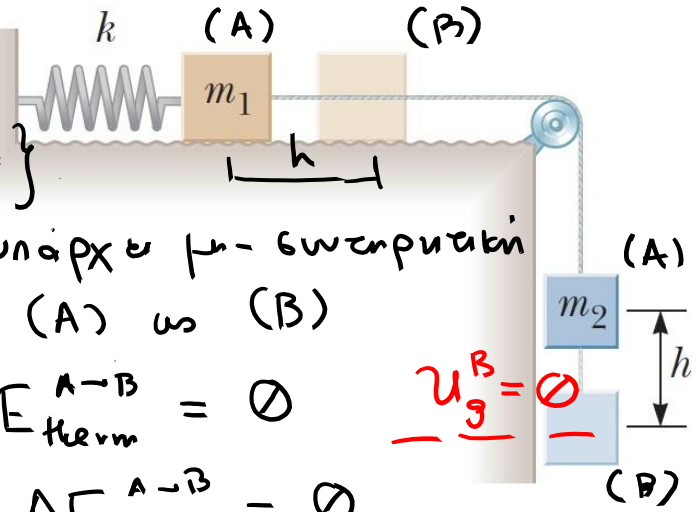
Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα:**
  - Δυο σώματα είναι συνδεδεμένα με αβαρές και ανελαστικό σχοινί που περνά από τροχαλία χωρίς τριβές. Το σώμα μάζας m_1 βρίσκεται σε οριζόντια επιφάνεια με τριβές και συνδέεται με ελατήριο σταθεράς k. Το σύστημα θεωρείται αρχικά σε ηρεμία. Αν το σώμα μάζας m_2 πέφτει κατά απόσταση h πριν έρθει σε ηρεμία, υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα μάζας m_1 και της επιφάνειας.



Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - σώμα μάζας m_1 σε οριζόντια επιφάνεια με τριβές και συνδέεται με ελατήριο, το σύστημα θεωρείται αρχικά σε ηρεμία, σώμα μάζας m_2 πέφτει κατά απόσταση h πριν έρθει σε ηρεμία, υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα μάζας m_1 και της επιφάνειας.



Θεωρούμε ως σύστημα το {σώματα m_1, m_2, Γη, ελατήριο, επιφάνεια, νήμα}

Το σύστημα είναι απομονωμένο και υπάρχει μη-συντηρητική δύναμη (f_k) ισχύει η ΑΔΕ από (A) ως (B)

$$\Delta K^{A\to B} + \Delta U_s^{A\to B} + \Delta U_g^{A\to B} + \Delta E_{therm}^{A\to B} = 0$$

$U_g^B = 0$

$$\cancel{K_B}^{\,0} - \cancel{K_A}^{\,0} + U_s^B - \cancel{U_s^A}^{\,0} + \cancel{U_g^B}^{\,0} - U_g^A + \Delta E_{therm}^{A\to B} = 0$$

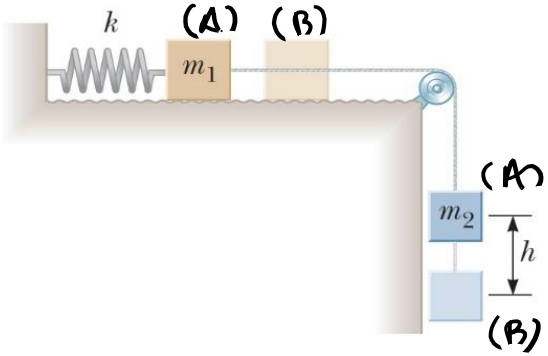
$$0 - 0 + \frac{1}{2}kh^2 - 0 + 0 - m_2 g h + f_k \cdot h = 0$$

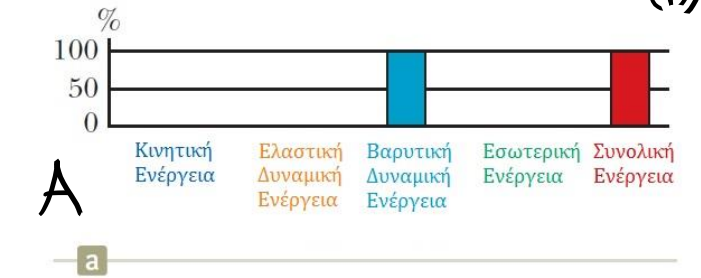
Γνωρίζαμε ότι $f_k = \mu_k n = \mu_k m_1 g$ από ισορροπία του m_1 στον y'y.

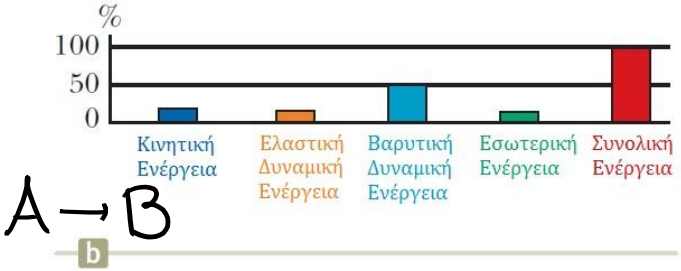
Άρα τελικά ισχύει ότι $\mu_k = \dfrac{m_2 g - \frac{1}{2}kh}{m_1 g}$

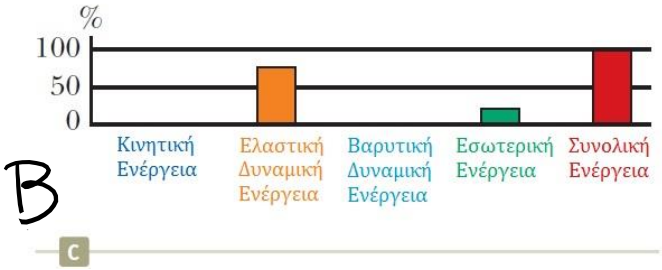
Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα:**
  - Αναγνωρίστε τη διάταξη του προηγούμενου συστήματος που ανταποκρίνεται σε κάθε γράφημα ενέργειας









Διατήρηση της Ενέργειας

- Γνωρίζουμε ότι **έργο == μεταφορά ενέργειας**
  - Ερώτημα: Πόσο γρήγορα μεταφέρεται η ενέργεια?
    - Αν θέλετε να αγοράσετε έναν κινητήρα για να κινεί ένα ασανσέρ μάζας 1500 kg για 5 ορόφους, έχει μεγάλη σημασία αν ο κινητήρας το κάνει σε 30 s ή σε 30 min! ☺
- Το «πόσο γρήγορα» υποδηλώνει ένα ρυθμό
  - Ρυθμό μεταφοράς ενέργειας == **ισχύς P (Power)**

$$P = \frac{dE}{dt}$$

- Μονάδα μέτρησης: 1 Watt = 1 J/s

Διατήρηση της Ενέργειας

- Εναλλακτικά, η ισχύς μπορεί να ιδωθεί ως ο **ρυθμός παραγωγής έργου**

- **Μέση ισχύς σε διάστημα** Δt

$$P_{avg} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t}$$

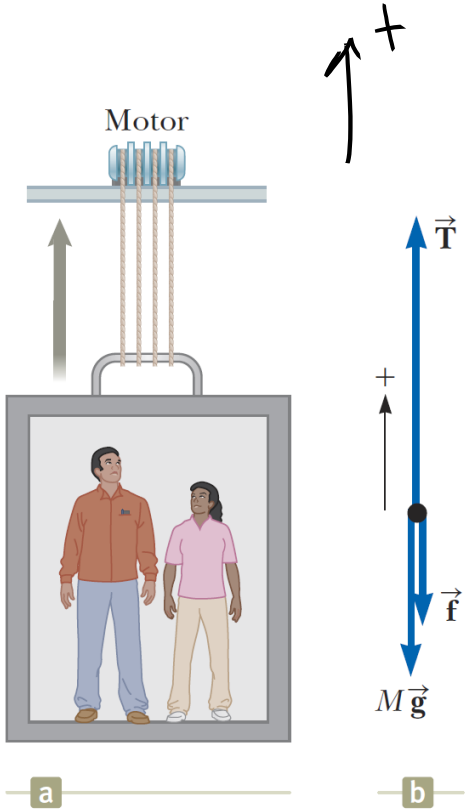
- **Στιγμιαία ισχύς**

$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \Rightarrow dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} P_{avg} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

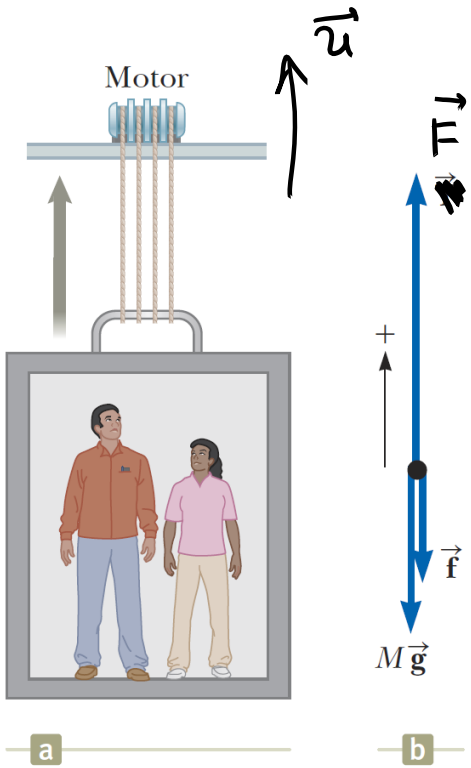
Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα:**
  - Ένας ανελκυστήρας έχει μάζα 1600 kg και μεταφέρει επιβάτες με συνολική μάζα 200 kg. Μια σταθερή δύναμη τριβής 4000 N αντιστέκεται στην κίνηση του ανελκυστήρα προς τα πάνω.
    - Α) Πόση ισχύ πρέπει να παραδώσει ο κινητήρας του ασανσέρ για να σηκώσει το ασανσέρ και τους επιβάτες του με σταθερή ταχύτητα $u = 3$ m/s?
    - Β) Πόση ισχύ πρέπει να παραδώσει ο κινητήρας τη στιγμή που ο ανελκυστήρας έχει ταχύτητα u, αν επιταχύνει τον ανελκυστήρα με σταθερή επιτάχυνση $a = 1$ m/s^2 προς τα πάνω?



Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένας ανελκυστήρας έχει μάζα 1600 kg και μεταφέρει επιβάτες με συνολική μάζα 200 kg. Μια σταθερή δύναμη τριβής 4000 N αντιστέκεται στην κίνηση του ανελκυστήρα προς τα πάνω.
    - Α) Πόση ισχύ πρέπει να παραδώσει ο κινητήρας του ασανσέρ για να σηκώσει το ασανσέρ και τους επιβάτες του με σταθερή ταχύτητα $u = 3$ m/s?



Ειδαμε ότι $P = \vec{F} \cdot \vec{u}$ (1). Θεωρούμε ως σύστημα το ασανσέρ + επιβάτες

Συνολική μάζα $M = m_\alpha + m_\varepsilon = 1800$ kg

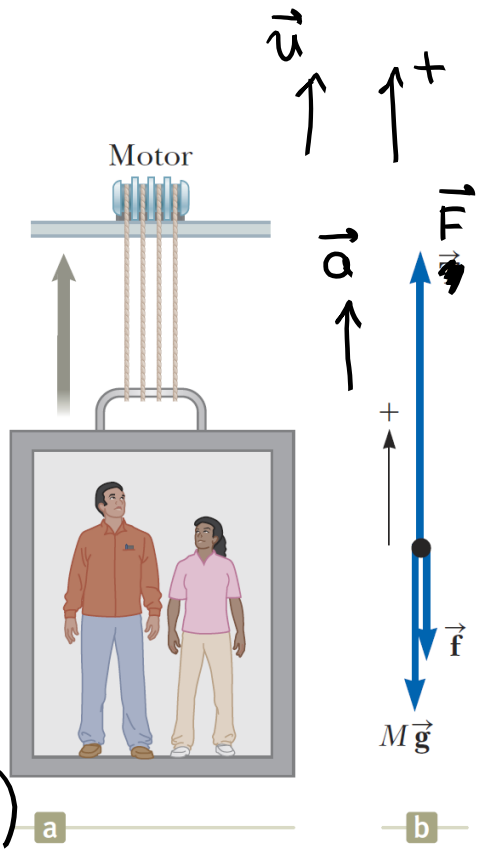
Το σύστημα ισορροπεί: $\sum \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \vec{F} + M\vec{g} + \vec{f} = 0 \Rightarrow F - Mg - f = 0 \Rightarrow F = Mg + f$. (2)

Η (1) $\overset{(2)}{\Rightarrow} P = (Mg + f)\vec{j} \cdot u\vec{j} = (Mg + f)u = 6.5 \times 10^4$ Watt

Διατήρηση της Ενέργειας

- **Παράδειγμα – Λύση:**
  - Ένας ανελκυστήρας έχει μάζα 1600 kg και μεταφέρει επιβάτες με συνολική μάζα 200 kg. Μια σταθερή δύναμη τριβής 4000 N αντιστέκεται στην κίνηση του ανελκυστήρα προς τα πάνω.
    - Β) Πόση ισχύ πρέπει να παραδώσει ο κινητήρας τη στιγμή που έχει ταχύτητα u, αν επιταχύνει τον ανελκυστήρα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 1$ m/s^2 προς τα πάνω?



Το σύστημα επιταχύνεται, άρα:

$$\sum \vec{F}_j = M\vec{a} \Rightarrow \vec{F} + M\vec{g} + \vec{f} = M\vec{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F - Mg - f = Ma \Rightarrow F = (f + M(a+g))$$

Άρα

$$P = \vec{F}\cdot\vec{u} = (f + M(a+g))\,\vec{j}\cdot u\,\vec{j} = \overbrace{2.34\times10^4\cdot u}^{P(u)}$$

ΥΛΗ ΠΡΟΟΔΟΥ

ως εδώ!

Τέλος Διάλεξης